

De Work-Factor Raad wil een platform bieden aan Work-Factor gebruikers, arbeidsanalisten, cost engineers en industrial engineers om problemen, oplossingen, ideeën en tips te bespreken. Daartoe zullen we regelmatig een WS Tip sturen aan “WF-leden” en geïnteresseerden. Mocht dit bericht niet op het juiste adres aankomen stuur het dan door naar geïnteresseerden en laat ons dat weten, svp.

Het onderwerp van vorige WS Tips staat op de WF Website onder: WF en Management/Praktisch - Algemeen/WS Tips.

BK deel 18: ONZEKERHEDEN KWANTIFICEREN, part 2

Waarschijnlijkheid

Er kunnen twee soorten van waarschijnlijkheid worden onderscheiden, nl.:

1. objectieve waarschijnlijkheid;
2. subjectieve waarschijnlijkheid.

De waarschijnlijkheid wordt uitgedrukt in een schaal van 0 t/m 1.

De notatie $p(A) = 0 \dots 1$ geeft aan dat de kans van optreden van gebeurtenis A loopt van $p(A) = 0$; dit betekent dat A nooit optreedt, tot $p(A) = 1$; dat A altijd optreedt.

Objectieve waarschijnlijkheid

Hierbij is de uitspraak t.a.v. de waarschijnlijkheid van een bepaalde waarde van een variabele onafhankelijk van de persoon die de uitspraak doet. De waarschijnlijkheidsverdelingen worden door experimenten alsmede door logisch redeneren bepaald.

Voorbeeld:

Als één keer met een dobbelsteen met zes cijfers wordt gegooid, dan is de kans op een bepaald aantal ogen, b.v. 4, gelijk aan $1/6$.

Bij dit soort uitspraken geldt:

1. Het zijn elkaar uitsluitende gebeurtenissen. D.w.z. er kan maar één aantal ogen boven liggen.
2. De kansen hebben waarden van 0 t/m 1. D.w.z. $0 \leq p(i) \leq 1$.
3. De som der kansen is gelijk aan 1. In het geval van de dobbelsteen dus $p(1) + p(2) + \dots + p(6) = 1$.
 Ook wel geschreven als:

$$\sum_{i=1}^6 p(i) = 1 \text{ of algemeen } \sum_{i=1}^n p(i) = 1$$

Bij de kansbepaling zijn de begrippen frequentie en frequentiequotiënt van belang.

Frequentie is het aantal keren dat een bepaalde gebeurtenis voorkomt.

Frequentiequotiënt is het aantal keren dat een bepaalde gebeurtenis voorkomt, t.o.v. het aantal keren dat een bepaalde gebeurtenis had kunnen voorkomen.

Voorbeeld:

Stel dat alleen de gebeurtenissen A en B kunnen optreden.

Gebeurtenis A: het regent

Gebeurtenis B: het regent niet.

Door middel van een groot aantal waarnemingen van deze respectievelijke gebeurtenissen kunnen de frequenties van de gebeurtenissen worden bepaald.

Stel dat het aantal waarnemingen van A en B samen 1000 bedraagt.

Gebeurtenis A is 200 keer opgetreden, frequentie A = 200.

$$\text{Frequentiequotiënt A wordt dan } f(A) = \frac{200}{1000} = 0,2$$

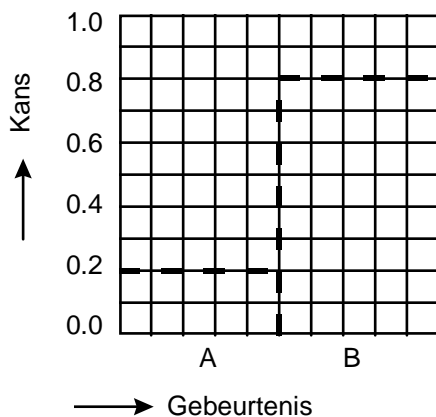
Gebeurtenis B is 800 keer opgetreden, dus frequentie B = 800.

$$\text{Frequentiequotiënt B wordt dan } f(B) = \frac{800}{1000} = 0,8$$

Op basis van de informatie verkregen uit het doen van waarnemingen of uit het doen van experimenten alsmede door logisch redeneren en daarbij aannemende dat deze gebeurtenissen zich in de komende tijd in dezelfde verhoudingen zullen voltrekken, kan de kans van optreden van gebeurtenis A worden afgeleid uit het frequentiequotiënt en aangegeven worden met $p(A) = f(A) = 0,2$ en de kans van optreden van gebeurtenis B met $p(B) = f(B) = 0,8$.

Deze *kansverdeling* kan ook in een histogram worden uitgezet.

De kansverdeling wordt hierbij in een assenstelsel uitgezet met de aanduiding van de kans langs de Y-as en de gebeurtenis langs de X-as (zie fig. 1).



Figuur 1

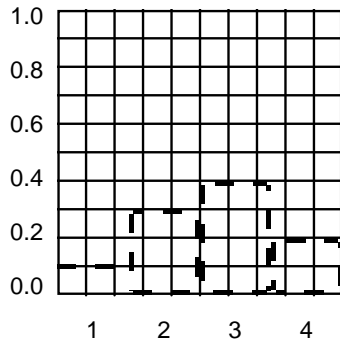
In dit voorbeeld staan slechts twee gebeurtenissen aangegeven, waarvan op eenvoudige wijze is vast te stellen, welke van de twee genomen moet worden. Het regent of het regent niet. Deze reeks van gebeurtenissen kan uitgebreid worden tot theoretisch oneindig veel. Al deze gebeurtenissen hebben een kans van optreden. De som van al deze kansen blijft per definitie 1. Dit houdt in dat de kans dat een bepaalde gebeurtenis optreedt ofwel dat een variabele een bepaalde waarde aanneemt, in het algemeen kleiner wordt bij een toenemend aantal mogelijke gebeurtenissen. Als voorbeeld kan genomen worden de regenval gemeten in mm per etmaal. Deze kan nu alle waarden aannemen van 0 tot zeg 100 mm. Nu kan een gebeurtenis met een bepaalde waarde statistisch gezien ook weer als een gebeurtenis op zich aangeduid worden, zodat bij de X-as kunnen staan:

- a. alle gebeurtenissen of
- b. alle waarden van een gebeurtenis.

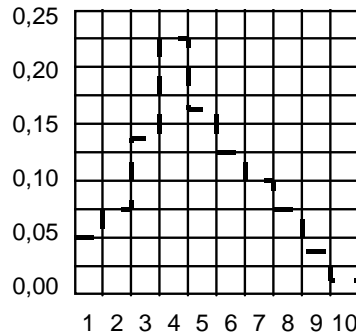
Dit hangt af van wat men onder de betreffende gebeurtenis verstaat. Bijvoorbeeld de gebeurtenis is: het regent en er valt 15 mm in een etmaal *of* de gebeurtenis is: er valt 15 mm regen en geen 14 mm en ook geen 16 mm in een etmaal.

In de praktijk ontmoet men dan het probleem om met voldoende nauwkeurigheid de meting van de waarde van de variabele uit te voeren. Het is in de meeste gevallen ook weinig zinvol om 3,235 mm regen te meten. Het is beter om een klasse indeling te maken van b.v. 0 - < 5 mm, 5 - < 10 mm, enz. Vervolgens gaat men na hoeveel mm er binnen het aangegeven tijdsbestek is gevallen, waarna men dit resultaat in de betreffende klasse uitturft.

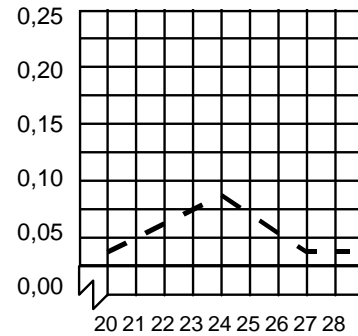
Afhankelijk van het doel van de meting en de praktische mogelijkheden van meting van de variabele wordt de werkwijze bepaald. Het beeld van een histogram met twee klassen zal veranderen als meer klassen worden gekozen. De overgangen vervlakken en de kolommen worden gemiddeld lager, doordat de som van de kansen altijd één blijft. Dit kan doorgaan totdat de kolommen (zie fig. 2, 3 en 4) lijnen zijn geworden. Door dan de toppen te verbinden ontstaat er als het ware een continue lijn. Hierbij moet men letten op de noodzakelijke schaalverdeling.



Figuur 2



Figuur 3



Figuur 4

Op deze manieren kan men grafisch een kansverdeling weergeven.

Steeds worden langs de X-as de gebeurtenissen of de mogelijke waarden van een variabele uitgezet en langs de Y-as de kans op het optreden van die gebeurtenis of die waarde van een variabele.

Subjectieve waarschijnlijkheid

Bij subjectieve waarschijnlijkheid is de uitspraak t.a.v. de waarschijnlijkheid van een bepaalde waarde van een variabele afhankelijk van de persoon, die de uitspraak doet. De waarschijnlijkheidsverdeling wordt subjectief bepaald en is dan gebaseerd op persoonlijke ervaring als mede interpretatie. In de meeste gevallen zijn experimenten om de uitspraak te ondersteunen niet mogelijk.

Voorbeeld:

De verwachte totaalafzet van T.V.-toestellen voor een bepaalde fabriek is verdeeld over zwart/wit en kleur. De schatting is 2 miljoen stuks/jaar met een verdeling van 30% zwart/wit en 70% kleur. Dit kan geconcludeerd worden uit gegevens uit het verleden en subjectief beoordeeld worden qua verwachting voor de toekomst. Het is duidelijk dat het oordeel of de verwachting uitgesproken door iemand die dit terrein goed kent en veel zwaarder weegt dan het oordeel van een willekeurig iemand, die met dezelfde cijfers wordt geconfronteerd. In het eerste geval worden allerlei gegevens beschikbaar in het brein van iemand, bij de beoordeling meegenomen. In het tweede geval zijn die gegevens er niet.

Verwachtingswaarde

Dit is de som van de met de kans van het optreden gewogen waarde van de bijbehorende mogelijke uitkomsten van de gebeurtenissen.

Voorbeeld:

A heeft een kans van optreden van 0,2 en blijkt een waarde te hebben van 30. B. heeft een kans van optreden van 0,8 en blijkt een waarde te hebben van 20. De verwachtingswaarde voor de gebeurtenis waarbij òf A òf B kan optreden is dan:

$$0,2 \times 30 + 0,8 \times 20 = 22.$$

Deze waarde zal echter in de praktijk nooit optreden. Het zal altijd 30 of 20 zijn. 22 mag dan ook niet gebruikt worden als waardeoordeel voor een individuele beslissing. Het is dan ook juister om de beslisser een voorkeur uit te laten spreken tussen de 20% kans op 30 en de 80% kans op 20. Mathematisch kan slechts één getal gebruikt worden, daarom moet het gewogen gemiddelde bepaald worden. Dit getal wordt de mathematische verwachtingswaarde genoemd. Een zuiver objectieve verwachtingswaarde bestaat alleen als zowel de waarden als de kansen objectief zijn bepaald. Dit komt maar zeer weinig voor. Alle andere vormen van verwachtingswaarde zijn subjectief. Belangrijk is echter te weten *de mate* van de subjectiviteit.

Om de beslisser een zo betrouwbaar mogelijk beeld te kunnen geven van de financiële gevolgen van een te nemen beslissing, blijft het kwantificeren en afwegen een belangrijke zaak.

Voor reacties naar

G. de Vrij
Secr.: WORK-FACTOR Raad
Tel: +31.40.2046048
E-mail: work-study@onsmail.nl of info@work-factor.nl
Website: www.work-factor.nl

